

自适应序贯 M 估计算法及其性能分析

胡谋法¹, 沈 燕², 陈曾平¹

(1. 国防科学技术大学 ATR 重点实验室, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 针对复杂噪声环境下的参数估计问题, 提出了一种稳健的自适应序贯 M 估计算法 (Adaptive Recursive M Estimation, ARME), 并从理论分析和 Monte Carlo 实验仿真两方面分析了该算法的收敛性、渐进无偏特性和稳健性. 理论分析和仿真试验表明: 在高斯白噪声背景下, ARME 具有与序贯最小二乘算法 (Recursive Least Square, RLS) 相近的性能; 在有突出干扰等非高斯噪声背景下, 与 RLS 相比, ARME 的参数估计收敛速度更快, 估计误差更小, 而且在稳健性上大大优于 RLS.

关键词: 自适应算法; M 估计; 最小二乘估计; 序贯最小二乘; 稳健性; Monte Carlo

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 09-1651-05

New Adaptive Recursive M Estimation Algorithm and Its Performance Analysis

HU Mou fa¹, SHEN Yan², CHEN Zeng ping¹

(1. ATR Key Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: To estimate the parameters in complex noise situation effectively, a new robustness algorithm for adaptive signal process is presented named adaptive recursive M-estimation (ARME). And its properties of convergence, asymptotic unbiasedness and robustness are analyzed from theory and Monte Carlo simulations. Results and simulations show that the ARME algorithm obtains the advantages of the recursive least square (RLS) in Gaussian white noise (WGN). More importantly, in the non-Gaussian noise situation such as WGN with high interference, they show that the ARME algorithm has a better convergence rate and a less estimation deviation than those of the RLS. Besides that, the ARME is more robustness compared with the RLS.

Key words: adaptive processing; M-estimation; least square estimation; recursive least square; robustness; Monte Carlo

1 引言

自适应理论与技术是上世纪四十年代出现并在随后的几十年间迅速发展起来的信息科学的重要分支, 在通信、雷达、图像处理以及系统辨识与控制等许多领域获得了广泛的应用^[1]. 自适应信号处理的重要理论依据之一就是最小二乘估计理论 (Least Square Estimation, LSE)^[2]. LSE 具有很多非常好的优点, 如它是高斯背景下的最佳无偏线性估计, 也容易计算机实时实现等, 以它为出发点涌现出了大量的自适应算法^[1], 如最小均方 (Least Mean Square, LMS)、序贯最小二乘 (Recursive Least Square, RLS) 以及它们的改进算法等等, 并在各个领域中得到广泛的应用.

随着社会的发展, 人们的需求不断提高, 其研究的对象也越来越精细, 研究对象所处的环境也越来越复

杂. 如在雷达信号处理领域, 系统的观测噪声不仅仅包含了高斯噪声, 还有器件的热噪声, 周边环境的电磁干扰. 人们希望算法能够在这些复杂环境下 (很大一大类的噪声背景, 不仅仅是高斯的) 以最优的状态工作, 此时基于 LMS 或 RLS 算法的自适应滤波技术不再能够满足要求. 为此, 算法的稳健性 (Robustness) 被作为衡量算法的一个重要指标被提出, 也出现了很多稳健性的方法^[3]. 研究^[3]指出 LSE 在观测误差是长尾、短尾分布时不稳健, 并给出了一种稳健的参数估计方法, 即 M 估计 (M-estimation). 但是 M 估计没有显式表达, 限制了它的应用. 已有的 M 估计算法可分为两类: (1) 批处理算法^[3,5]. 该类方法在获取所有的观测样本后, 利用 M 估计的隐函数表达式迭代求解. 该类算法适合事后处理或者实时性要求不高的场合. (2) 序贯算法^[6,7]. 它们以 RLS 为基础, 对迭代的残差进行修正, 以提高 RLS 算法

对突出干扰的稳健性. 严格地讲, 它们仍然是 RLS 的变种.

本文从 M 估计的原理出发, 导出了一种新的自适应序贯算法 (Adaptive Recursive M-Estimation, ARME). 该算法具有 RLS 相似的形式, 但增加了稳健因子, 因而它不仅具有 RLS 的优点, 而且比它更稳健, 能够在一大类噪声环境下最优 (渐进最优) 的工作. 本文其他部分安排如下:

第二节简单回顾 M 估计的基本原理, 然后导出 ARME 算法; 第三节对 ARME 算法进行理论上的分析, 说明了估计量的收敛性, 渐进无偏性和估计量的方差, 并与标准 RLS 比较, 从理论上证明 ARME 的优越性; 第四节, 采用 Huber 的稳健函数, 给出了 ARME 算法的一种实现, 并进行 Monte Carlo 仿真, 分别从算法的捕获能力和跟踪能力两方面与 RLS 算法进行比较, 从仿真上证实 ARME 的优越性; 最后总结全文.

2 M 估计原理和 ARME 算法的推导

统计信号处理中的线性回归, 通信系统的自适应均衡, 雷达系统的自适应滤波, 图像背景预测以及系统辨识与控制很多时候都可以归结为如下线性模型:

$$y_i = \mathbf{x}_i^H \mathbf{W} + \varepsilon_i, 1 \leq i \leq N \quad (1)$$

这里 \mathbf{W} 是未知的 p 维回归参数矢量; y_i, \mathbf{x}_i 和 ε_i 分别是第 i 次观测的因变量, 自变量和随机误差; $(\cdot)^H$ 表示共轭转置. 参数 \mathbf{W} 的 M 估计定义为^[2,3]:

$$\mathbf{W} = \arg \min_{\mathbf{W} \in R^p} \sum_{i=1}^N f(y_i - \mathbf{x}_i^H \mathbf{W}) \quad (2)$$

这里函数 $f(e)$ 是定义在实数集上的非负偶函数, 特别的当 $f(e) = e^2$ 时, M 估计就是目前广泛使用的 LSE. 令式(2)中最小值代价函数对 \mathbf{W} 的导数为零:

$$\sum_{i=1}^N \varphi(y_i - \mathbf{x}_i^H \mathbf{W}) \mathbf{x}_i = 0 \quad (3)$$

这里 $\varphi(e)$ 是 $f(e)$ 的导数, 引入函数 $\eta(e) = \varphi(e)/e$, 则式(3)等价于:

$$\sum_{i=1}^N \eta(e_i) \mathbf{x}_i^H \mathbf{W} \mathbf{x}_i = \sum_{i=1}^N \eta(e_i) y_i \mathbf{x}_i, e_i = y_i - \mathbf{x}_i^H \mathbf{W} \quad (4)$$

写成矩阵形式为:

$$\mathbf{X}^H \mathbf{P}(e) \mathbf{X} \mathbf{W} = \mathbf{X}^H \mathbf{P}(e) \mathbf{Y} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_N]^H$, $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N]^H$, $\mathbf{P}(e) = \text{diag}[\eta(e_1) \ \eta(e_2) \ \dots \ \eta(e_N)]$, 于是参数 \mathbf{W} 的隐函数表达式为:

$$\mathbf{W} = [\mathbf{X}^H \mathbf{P}(e) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{P}(e) \mathbf{Y} \quad (6)$$

式(6)说明参数 \mathbf{W} 的 M 估计与 LSE 具有相同的形式, 它可以称为 M 估计的批处理算法, 因为它利用了所有的观测样本. 但是式(6)右边仍然是 \mathbf{W} 的函数, 因此只能通过迭代求解.

在实际应用中, 式(6)的应用受到了很大的限制.

一方面, 获取输入输出的所有样本往往难以达到. 另一方面, 即使能够获得足够多的样本, 在某些实时性要求较高的场合, 系统延时太大致使算法不能满足要求. 同时, 式(6)需要生成大型的矩阵 \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} , 给存储带来了麻烦; 而且还需要计算大型矩阵的逆, 计算复杂度也非常高. 因此本文基于式(6), 导出自适应的序贯 M 估计 (ARME) 算法.

假定所有观测相互独立. k 次观测参数 M 估计为:

$$\mathbf{W}(k) = [\mathbf{X}^H(k) \mathbf{P}_k(e) \mathbf{X}(k)]^{-1} \mathbf{X}^H(k) \mathbf{P}_k(e) \mathbf{Y}(k) \quad (6a)$$

其中 $\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_k]^H$, $\mathbf{Y}(k) = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_k]^H$, $\mathbf{P}_k(e) = \text{diag}[\eta(e_1) \ \eta(e_2) \ \dots \ \eta(e_k)]$, 增加一次观测参数的 M 估计为:

$$\mathbf{W}(k+1) = [\mathbf{X}^H(k+1) \mathbf{P}_{k+1}(e) \mathbf{X}(k+1)]^{-1} \mathbf{X}^H(k+1) \mathbf{P}_{k+1}(e) \mathbf{Y}(k+1) \quad (6b)$$

令 $\mathbf{Q}^{-1}(k+1) = \mathbf{X}^H(k+1) \mathbf{P}_{k+1}(e) \mathbf{X}(k+1)$, 则有:

$$\mathbf{Q}^{-1}(k+1) = [\mathbf{X}^H(k) \mathbf{x}_{k+1}] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_k(e) & \\ & \eta(e_{k+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{x}_{k+1}^H \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{-1}(k) + \mathbf{x}_{k+1} \eta(e_{k+1}) \mathbf{x}_{k+1}^H \quad (7)$$

根据矩阵求逆定理有

$$\mathbf{Q}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{g}(k+1) \mathbf{x}_{k+1}^H] \mathbf{Q}(k) \quad (8)$$

其中自适应增益为:

$$\mathbf{g}(k+1) = \eta(e_{k+1}) \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1} / [1 + \eta(e_{k+1}) \mathbf{x}_{k+1}^H \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1}] \quad (9)$$

将式(7)~(9)代入式(6b)得到:

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \mathbf{g}(k+1) e_{k+1} \quad (10)$$

式(10)就是参数 \mathbf{W} 的序贯估计, 它表明增加的观测量通过自适应增益作用到残差上. 式(8)~(10)组成了本文的标准 ARME 算法. 考虑序贯迭代中各个样本之间的关联, 引入遗忘因子 λ 为了方便, 将有限记忆的 ARME 算法归结如下:

$$e_{k+1} = y_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^H \mathbf{W}(k) \quad (11a)$$

$$\mathbf{g}(k+1) = \eta(e_{k+1}) \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1} / [\lambda + \eta(e_{k+1}) \mathbf{x}_{k+1}^H \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1}] \quad (11b)$$

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \mathbf{g}(k+1) e_{k+1} \quad (11c)$$

$$\mathbf{Q}(k+1) = \lambda^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{g}(k+1) \mathbf{x}_{k+1}^H] \mathbf{Q}(k) \quad (11d)$$

当遗忘因子为 1 时, 式(11a)~(11d) 就是标准的 ARME 算法. 为了方便比较, 这里列出有遗忘因子的 RLS 算法流程^[1]:

$$e_{k+1} = y_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^H \mathbf{W}(k) \quad (12a)$$

$$\mathbf{g}(k+1) = \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1} / [\lambda + \mathbf{x}_{k+1}^H \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}_{k+1}] \quad (12b)$$

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \mathbf{g}(k+1) e_{k+1} \quad (12c)$$

$$\mathbf{Q}(k+1) = \lambda^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{g}(k+1) \mathbf{x}_{k+1}^H] \mathbf{Q}(k) \quad (12d)$$

从形式上看, ARME 算法具有 RLS 算法相同的形式. 但是它的自适应增益(11b)与当前残差 e_{k+1} 有关, 与 RLS 相比多了因子 η . 下文的理论分析和仿真表明该因子能够大大提高本文算法的稳健性, 而且它是由稳健函数导出的, 因此称为稳健因子. 文献[6, 7]提出的稳健 RLS 算法是修正 RLS 算法中的残差(12a), 将修正后的残差代入(12c)进行迭代计算, 而保持其他的计算流程不变. 而本文则是根据 M 估计的原理推导出了它的序贯算法, 从流程也可以看出, 本文并不修正残差, 而是通过引入稳健因子 η 改善增益的稳健性, 这也是本文算法与文献[6, 7]的最大区别.

3 ARME 算法性能理论分析

自从 Huber 提出稳健 M 估计以来, 其收敛性被很多学者研究和分析. 理论研究表明^[2, 3], 基于式(6)的 M 估计在一定条件下具有弱相合性和强相合性. 而当观测样本点数目大于待估计参数的维数时, ARME 算法与式(6)的解是等同的. 因此 ARME 是收敛的(文献[2]中 p31 定理 2.5)和渐进无偏的(文献[2]中 p63 定理 3.1).

下面分析 ARME 算法的参数估计方差. 设残差 e 的概率分布函数为 $F(e)$. M 估计的渐进正态分布^[2, 3]表明, 当样本点数目 $k \rightarrow \infty$ 时, ARME 算法估计的参数方差满足:

$$\sigma_w^2 \rightarrow t^{-2} \sigma^2 (E\{X^H X\})^{-1} \quad (13)$$

其中, $\sigma^2 = E\{\eta^2(e) e^2\}$, $t = F(\beta) - F(-\beta)$. $E\{\cdot\}$ 表示数学期望. 而 RLS 算法估计的参数方差为^[1]:

$$\sigma_{RLS}^2 = \sigma_1^2 (E\{X^H X\})^{-1} \quad (14)$$

其中 $\sigma_1^2 = E\{e^2\}$. 则 ARME 算法和 RLS 算法的参数估计方差比值为:

$$\alpha = t^{-2} \sigma^2 / \sigma_1^2 \quad (15)$$

为了给出两种算法估计性能的直观比较, 本文选择 Huber 提出的稳健函数^[3]做一个简单说明. Huber 函数:

$$f(e) = \begin{cases} e^2/2, & |e| \leq \beta \\ \beta |e| - \beta^2/2, & |e| > \beta \end{cases} \quad (16)$$

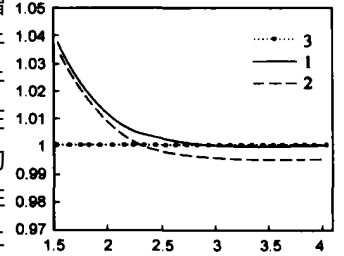
此时:

$$\eta(e) = \begin{cases} 1, & |e| \leq \beta \\ \beta/|e|, & |e| > \beta \end{cases} \quad (17)$$

图 1 给出了残差服从不同概率分布时 $\alpha \sim \beta$ 的取值曲线. 图中以 β/σ_1 为横坐标. 曲线 1 为残差服从零均值标准差为 σ_1 的标准正态分布 α 的取值; 曲线 2 为残差服从污染正态分布时 α 的取值. 为了方便起见, 曲线 3 是给出了临界标准线, 其值均为 1. 曲线 1 和 2 对应的残差概率密度函数为: 曲线 1 为 $e \sim \phi(x, \sigma_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right]$; 曲线 2 为 $e \sim \phi_1(x) = 0.99\phi(x, \sigma_1) +$

$0.01\phi(x, 2\sigma_1)$. 图 1 表明, 对于标准正态分布, α 随着 Huber 函数参数 β 的增大逐渐逼近 1, 当 β 大于 3 时可以认为其值等于 1. 这说明 ARME 算法在纯高斯环境下, 合适的参数选择, 其估计的性能与 RLS 算法不相上下. 当残差分布偏离标准正态分布, 即使很小的偏离(1%), ARME 算

图 1 残差不同分布下 ARME 和 RLS 估计方差比较



法在 β 合适的情况下(文中的例子, β 约为 2.4)能够获得比 RLS 算法更小的估计误差. 而实际工程应用中, 噪声的分布函数或多或少会偏离标准正态分布, 因此, ARME 算法估计参数误差更小, 性能优.

仔细分析式(13)和(15), 在污染高斯分布 ARME 估计方差更小的原因关键是因子 η 的引入. 从式(17)可以看到, 当残差非常大是, η 接近于零, 此时 ARME 算法的自适应增益接近零(11b), 这使得该残差在迭代中被舍弃(因为它的影响接近零, (11c)), 这在一定程度上减少了该残差对估计的影响, 大大增强了算法的稳健性. 可见该因子是 ARME 算法稳健的关键, 因此称为稳健因子.

对比 ARME 和 RLS 算法流程, 在每一次迭代中前者仅仅多了一次判决, 两次乘法以及一个临时变量的内存开销. 因此从计算复杂度和计算存储上两者基本相当.

4 ARME 算法 Monte Carlo 仿真

4.1 算法的暂态性能和稳态性能

自适应算法的性能主要包括两个方面, 即暂态性能和稳态性能. 在算法初始, 它的估计结果是真实值的不准确的估计. 随着算法的推进, 自适应处理的观察次数不断增加, 估计的系数质量得到不断的改进. 估计结果不断向真实值靠近, 这种特性就是自适应算法的暂态性能, 常称为捕获能力, 它主要衡量算法的收敛速度. 对自适应算法的另一个很自然的要求是, 当捕获到了真实值后自适应过程应该停止, 并且能够自适应的保持在真实值上. 然而, 由于估计结果是一种随机的方式在真实值上下不停的波动. 结果, 算法将在一定时间后达到稳态运行方式, 这就是算法的稳态性能, 它主要体现算法的跟踪保持能力, 特别是在真实值随时间变化的情况下.

评价性能的指标很多, 本文选择均方偏移(Mean Square Deviation, MSD)学习曲线和估计参数学习曲线对 ARME 算法进行评估, 并与 RLS 算法比较. 记待估计参

数的真实值为 $c_0(n)$, 自适应算法估计的结果为 $c_0(n, \xi)$, 则 MSD 为:

$$MSD(n) \triangleq E\{ \|c(n, \xi) - c_0(n)\|^2 \} \quad (18)$$

它衡量自适应算法结果和真实参数矢量的平均差别。MSD(n)~n 曲线称作 MSD 学习曲线, 可以用来表征自适应滤波器的性能, 虽然 MSD 在实际中是不可度量的, 但它对于分析和研究是有用的。当 $c_0(n)$ 不随时间 n 变化, 式(18)可以评价算法的捕获能力; 当 $c_0(n)$ 时变时, 式(18)可以评价算法的跟踪保持能力。因此, 在下文利用两个例子进行 Monte Carlo 仿真, 分别是平稳的系统参数辨识和非平稳的信号平滑滤波。前者比较 ARME 算法的捕获能力, 后者比较 ARME 算法的跟踪保持能力。

4.2 平稳环境下算法的性能仿真

为了方便, 对仿真模型作如下假定:

- A1: $x(n)$ 是 高 斯 白 噪 声 (White Gaussian Noise, WGN), 输入序列由 $x(n) \sim WGN(0, \sigma_x^2)$, $\sigma_x^2 = 1$ 以及它的延时构成, 即 $X(n) = [x(n) \ x(n-1) \ x(n-2)]^H$;
- A2: 期望的输出 $y(n)$ 的序列满足: $y(n) = c_0^H X(n) + e_0(n)$, 其中 $e_0(n)$ 为 $WGN(0, \sigma^2)$; $c_0 = [0.2 \ 1 \ 0.8]^H$, 附加的噪声方差为 $\sigma^2 = r\sigma_x^2$; r 控制信噪比。

仿真中遗忘因子为 0.99。为了说明本文算法的有效性, 这里给出了 RLS 算法的运行结果和本文算法的结果。

情形 1 无外加入为突出干扰

图 2 给出了 $r = 0.01$ 时本文算法和标准 RLS 算法的 Monte Carlo 仿真运行结果。模型运行 100 次, 每次样本点为 1000 点。图(2a)给出了系数 $c_{02}(i)$ 的学习曲线, 其真实值为 1; 图(2b)是 MSD 学习曲线。实线和虚线分别表示 ARME 和 RLS。

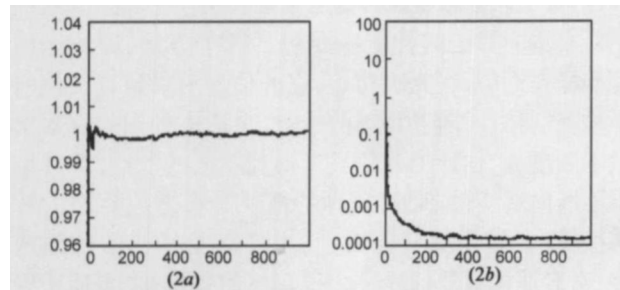


图 2 平稳无突出干扰模拟, $r=0.01$: (2a)系数学习曲线, (2b)MSD 学习曲线

图 2 以及更多的仿真结果表明, RLS 算法和本文算法在两种信噪比条件下具有相同的收敛速度和捕获性能, 它们的对应学习曲线基本重合。这说明, 在平稳环境下, 没有外加的突出干扰, ARME 具有 RLS 算法相同的性能。这与前面的理论分析相符。

情形 2 有外加入为突出干扰

在输出序列中加入人为的突出干扰。采用将序列

的第 nT 个样本点反向, 幅度扩大 K 倍的做法实现。T 反映突出干扰的频度, 越小其受到的干扰程度越频繁; K 反映突出干扰的大小, 值越大突出干扰越大。限于篇幅, 这里仅仅给出 $r = 1, K = 10, T = 50$ 的 Monte Carlo 仿真结果, 见图 3。模型运行 100 次, 每次样本点为 1000 点。图(3a)给出了系数 $c_{02}(i)$ 的学习曲线, 图(3b)是 MSD 学习曲线, 实线和虚线分别表示 ARME 和 RLS。

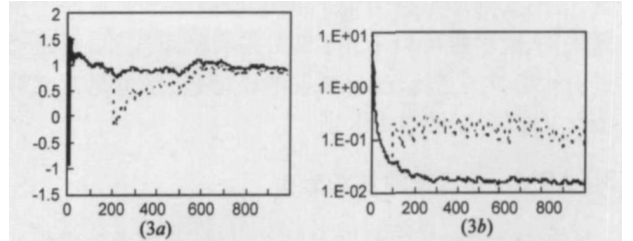


图 3 平稳有突出干扰模拟, $r=1, K=10, T=50$: (3a)系数学习曲线, (3b)MSD 学习曲线

图 3 以及更多的仿真表明: (1) 突出干扰幅度相同情况下, T 越小, 两种算法的性能越差, MSD 增大, 滤波的系数也越偏离真实值。(2) T 相同的情况下, 干扰幅度越大, 两种算法的性能越差, MSD 增大, 滤波得到的系数也越偏离真实值。(3) 所有情形下, ARME 捕获能力都要好于 RLS 算法。图 3 中 ARME 的 MSD 至少比 RLS 的低一个数量级。这说明 ARME 算法较标准 RLS 算法具有很强的稳健性, 而且环境越复杂这种稳健性越明显。

综合以上的结果, ARME 算法在平稳环境下能够很好的收敛到真实值, 具有与 RLS 相当的捕获能力; 更重要的, 它比标准 RLS 更稳健, 在有突出干扰时依然保持良好的捕获效果。

4.3 非平稳环境下算法性能仿真

与前不同, 此处仿真模型是时变的:

- A3: 输入数据矢量 $X(n)$ 的序列为 $WGN(0, I_{2 \times 2})$;
- A4: 期望的输出 $y(n)$ 的序列满足: $y(n) = c_0^H(n) X(n) + e_0(n)$, 其中 $e_0(n)$ 为 $WGN(0, \sigma^2)$; $\sigma = 0.1$
- A5: 系数满足 $c_0(n) = \rho c_0(n-1) + v(n)$, $0 \leq \rho \leq 1$, $v(n)$ 为 $WGN[0, (0.01)^2 I_{2 \times 2}]$; $\rho = 0.999$, 初始值为 $[-0.8 \ 0.95]^H$ 。
- A6: 随机序列 $X(n)$, $e_0(n)$ 和 $v(n)$ 是互相独立的。

仿真中遗忘因子为 0.90。与前类似从两种情形下比较本文算法和标准 RLS 算法的性能。

情形 1 无外加入为突出干扰

模型运行 100 次, 每次样本点 1000 个。图 4 给出了模拟的结果。其中(4a)是系数 $c_{01}(1, n)$ 的真实值和两种算法的学习曲线。(4b)表示 ARME 和 RLS 的 MSD 学习曲线。图 4 表明, 在没有外在突出干扰的情况下, ARME 具有与 RLS 算法等同的跟踪系数时变的能力, 它们的学习曲线基本重合, 而且从系数的学习曲线看, 算法都

能够很好的跟踪参数的变化。

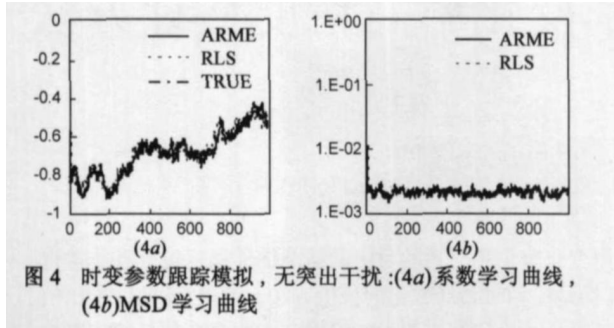


图 4 时变参数跟踪模拟, 无突出干扰: (4a)系数学习曲线, (4b)MSD学习曲线

情形 2 有外加入为突出干扰

突出干扰的配置与 4.2 节情形 2 相同, 图 5 给出了 $K=10, T=50$ 的 Monte Carlo 仿真结果, 模型运行 100 次, 每次样本点 1000 个。图 5(a) 是系数 $c_0(1, n)$ 的真实值和两种算法的学习曲线; 图 5(b) 表示两种算法的 MSD 学习曲线。

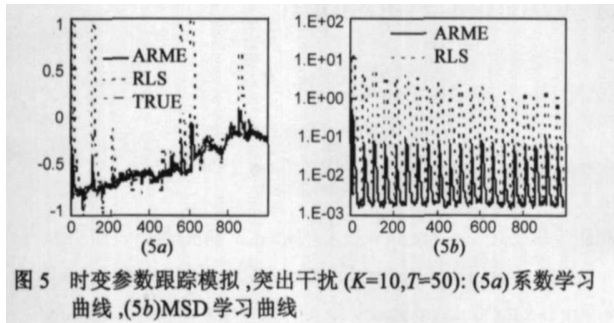


图 5 时变参数跟踪模拟, 突出干扰 ($K=10, T=50$): (5a)系数学习曲线, (5b)MSD学习曲线

图 5 表明, 当观测数据受到突出干扰时, RLS 的跟踪能力急剧下降, MSD 至少比本文算法高一个数量级。从系数的学习曲线看, 当有突出干扰时, 标准 RLS 算法滤波结果已经大大偏离了真实值。而本文算法仍然能较好的跟踪系数的变化, MSD 只有 10^{-1} 量级 (RLS 算法 10^1 量级)。更多的模拟同样表明, ARME 算法能够在较大的突出干扰下较好的跟踪系数的变化, 不同程度的干扰下其跟踪能力的表现都优于 RLS 算法。

5 结论

依据 M 估计的原理, 本文导出了一种自适应的序贯 M 估计迭代算法 (ARME), 证明了算法的收敛性和渐进无偏性。理论分析了 ARME 参数估计的方差, 结合 Huber 稳健函数, 证明了在纯高斯噪声背景下 ARME 的方差逼近于 RLS 算法; 更重要的, 在污染高斯噪声环境下, 即使污染很少, ARME 也能获得比 RLS 算法更小的方差。这从理论上证实了 ARME 算法比 RLS 稳健, 更适合实际工程的应用。

在第 4 节, 本文利用 Monte Carlo 方法进行大量的模型仿真, 比较了 ARME 和 RLS 算法的自适应性能, 即捕获能力和跟踪能力。结果表明, 没有突出干扰, ARME 算法具有与 RLS 算法相当的捕获能力和跟踪能力; 受到

突出干扰时, RLS 的捕获能力和跟踪能力大幅降低, 而 ARME 算法, 仍然能够很好的收敛到真实值, 并且很好的跟踪参数的变化。这从实验上证实了 ARME 算法的优越性。同时仿真结果与理论分析符合良好, 二者互相印证, 也反映了前述分析 ARME 的过程的正确性。

由于该算法的稳健性以及与 RLS 相当的计算复杂度, 在线性系统辨识和控制, 信道均衡, 雷达信号处理以及图像处理等领域中具有很高的实用价值。

致谢 感谢国家高技术研究发展计划 (863 计划) 提供资助。感谢匿名审稿人和编辑给本文提出的参考意见。

参考文献:

- [1] MANOLAKIS G D, INGLE V K, KOGON S M. Statistical and Adaptive Signal Processing[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003.
- [2] 陈希孺. 最小二乘的历史回归与现状[J]. 中国科学院研究生院学报, 1998, 15(1): 4- 11.
CHEN Xi ru. Historical backgrounds and present state of the least squares method[J]. Journal of Graduate School, Academia Sinica, 1998, 15(1): 4- 11. (in Chinese)
- [3] Huber P J. Robust Statistics[M]. New York: Wiley, 1981.
- [4] 陈希孺, 赵林城. 线性模型中的 M 方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1996.
- [5] 刘东海, 廖柏其. 递推 M- 估计的强收敛性[J]. 数学学报, 2004, 47(2): 229- 240.
LIU Dong hai, MIAO Ba qi. Strong convergence of the recursive M- estimation[J]. Acta Mathematica Sinica, 2004, 47(2): 229- 240. (in Chinese)
- [6] 沈越泓, 杨英, 钱祖平. 稳健估计的自适应信号处理方法[J]. 电子学报, 1996, 24(10): 57- 62.
SHEN Yue hong, YANG Ying and QIAN Zu ping. Robust estimation method for adaptive signal processing[J]. Acta Electronica Sinica, 1996, 24(10): 57- 62. (in Chinese)
- [7] 吴启晖, 王金龙, 沈良, 等. 用于自适应天线的稳健的 RLS 算法[J]. 电子学报, 2002, 30(6): 893- 895.
WU Qi hui, WANG Jin long, REN Guo Chun, et al. Robust RLS algorithm for adaptive arrays[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(6): 893- 895. (in Chinese)

作者简介:



胡谋法 男, 1979 年生于湖北省石首市, 现为国防科技大学 ATR 重点实验室博士生。主要研究方向光学信息处理、目标识别等。

E mail: hu199709_200106@sina.com